CH8 IDENTITE DE BEZOUT

EX 17 :

1. On remarque que (5,4) est une solution particulière triviale de
   L'équation 9u-11v=1 (si non l'algorithme d'Euclide-Bezout permet d'en trouver)

2. $$\left.\begin{array}{l} x\equiv a(9) \\ x\equiv b(11) \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=9k+a \\ x=11k'+b \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 44x=396k+44a \\ 45x=495k'+45b \end{array}\right\}\Rightarrow x=(495k'-396k)+(45b-44a)$$
   $$\Rightarrow \quad x=99.(5k'-4k)+(45b-44a)$$
   $$\Rightarrow \quad x\equiv(45b-44a)\,(99)^{\backslash}$$

3. $\begin{cases} x\equiv 6(9) \\ x\equiv 8(11) \end{cases}\Rightarrow$ (d'apres 2.) x≡(45x8-44x6)(99)⇒x≡96(99)⇒x=k.99+96

Réciproquement : si x=k.99+96⇒x-6=9.(k.11+10)⇒x≡6(9)

⇓

x-8=k.99+88⇒x-8=11.(k.9+8)⇒x≡8(11)

EX 18 :

1. a/ 5x7=35=17.2+1≡1(17) donc 7 est une solution particulière

   b/ 5x≡1(17) ⇔5x≡5.7(17)⇔5(x-7)≡0(17)$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 17\mid 5(x-7) \\ or\ 17\wedge 5=1 \end{array}\right\}\Rightarrow 17\mid x-7\Rightarrow x=17k+7$

   Cl : $S_{\mathbb{Z}}=\{17.k+7\ ;\ k\in\mathbb{Z}\}$

   c/ On a 345=17x20+5⇒345≡5(17) Donc

   345x≡1(17)⇔5x≡1(17) Alors d'après b/ $S_{\mathbb{Z}}=\{17.k+7\ ;\ k\in\mathbb{Z}\}$

2. a/ 5x14=70=17x4+2 Donc 14 est une solution particulière de 5x≡2(17)

   Donc 5x≡2(17)⇔5x≡5.14(17)⇔5(x-14)≡0(17)$\left.\begin{array}{l} 17\mid 5(x-14) \\ or\ 17\wedge 5=1 \end{array}\right\}\Rightarrow 17\mid x-14\Rightarrow x=17k+14$

   Cl : $S_{\mathbb{Z}}=\{17.k+14\ ;\ k\in\mathbb{Z}\}$

   b/ On a 430=17x25+5⇒430≡5(17) Donc

   430x≡2(17) ⇔5x≡2(17) Alors d'après a/ $S_{\mathbb{Z}}=\{17.k+14\ ;\ k\in\mathbb{Z}\}$

Qarray.tn-Aafa Blech-Qarray.tn